

# 數學領域有效教學教案設計

一、主題：希臘數學家與哲學家—畢達哥拉斯

二、領域：九年一貫數學領域

三、對象：八年級學生

四、節數：135 分鐘

五、設計理念：

透過介紹畢達哥拉斯的一生傳奇介紹，來了解這位偉大的數學的數學與哲學家，並啟發學生對國中數學的學習興趣，進而了解畢氏定理與無理數的意義。亦能應用畢氏定理解決日常生活中簡易的問題。

六、教材架構：教案、課本習作、教具

七、教學目標：

- 1.能理解畢達歌拉斯一生的故事。
- 2.能了解畢氏定理的意義。
- 3.能由拼圖及面積的計算導出畢氏定理。
- 4.能應用畢氏定理解決日常生活中簡易的問題。

八、能力指標

8-S-20 能由面積關係導出直角三角形三邊的關係。

8-A-07 能理解勾股定理（畢氏定理）。

8-A-08 能運用面積計算導出勾股定理。

8-A-09 能理解勾股定理及熟練其應用。

S-2-4 能運用東南西北的語詞描述位置及方向

S-3-6 能運用直角坐標系及方向距離來標定位置

A-3-10 能瞭解幾何圖形及形體變動時，其幾何量對應變動情形

C-T-2 能把情境中數量形之關係以數學語言表示出來

C-R-1 能察覺生活中與數學相關的情鏡

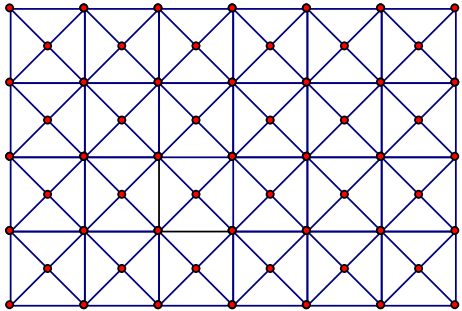
C-C-1 了解數學語言（符號用語圖表非形式化演繹等）的內涵

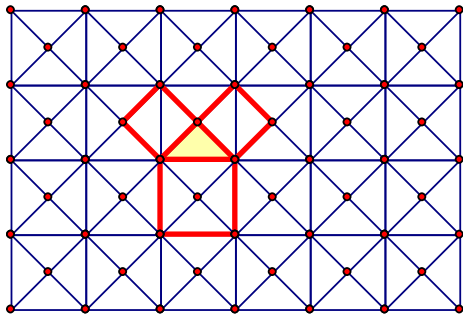
九、教學準備

- 1.教具：直角坐標軟磁板

2.教科書：第三冊課本與習作

十、教學活動

教師活動	評量、提示 與注意事項	教學時 間
<p>1. 引起動機：</p> <p>(1)由故事引入，介紹希臘數學家與哲學家—畢達哥拉斯的一生，讓學生從其中認識一代數學大師—畢達哥拉斯。</p> <p>(2)介紹「畢氏定理」的由來</p> <p>2. 帶領學生進行畢氏定理教學活動，啟發學生對數學的學習興趣，能了解畢氏定理的意義。能瞭解方位與距離並應用畢氏定理解決日常生活中簡易的問題。</p> <p>3. 展示瓷磚圖片（如下），問學生：你是否能像畢達哥拉斯一樣，從這些瓷磚中發現些什麼呢？</p>  <p>4. 進一步提示學生：</p> <p>告訴你，畢達哥拉斯發現了這個圖形（如下）：</p>		<p>10 分鐘</p> <p>15 分鐘</p>



你是否能從這個圖形中得到什麼？

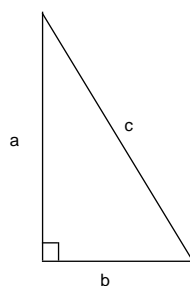
5. 瓷磚中的直角三角形是等腰直角三角形，是否對於所有的直角三角形都有相同的性質呢？我們就來印證吧！

6. 由上面的活動中我們發現：任何直角三角形，以三邊為邊長往外所作的三個正方形中大正方形的面積恰好等於兩個小正方形的面積和。

7. 用圖形及文字符號來表示「畢氏定理」：  
 你是否能將你所發現的性質用文字或數學符號描述出來呢？若直角三角形的斜邊長為  $c$ ，夾直角的兩邊長分別為  $a$ 、 $b$ ，則正方形的面積分別為  $a^2$ 、 $b^2$ 、 $c^2$ ：則我們可將以上所得的結果寫成

$$\underline{a^2 + b^2 = c^2}$$

即，直角三角形斜邊的平方等於兩股的平方和。



\*引導學生發現：  
 等腰直角三角形以三邊為邊長往外所作的三個正方形中，大正方形的面積恰好等於兩個小正方形的面積和。

15 分鐘

10 分鐘

10 分鐘

提示：

剪貼 → 怎麼剪

→ 怎麼貼

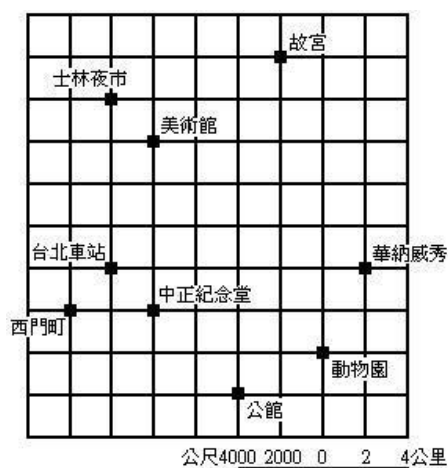
5 分鐘

8. 舉例說明定理的使用：

阿賢下課到阿威家去玩，阿賢從家裡出發，先向北走3公里，再往東走4公里到達阿威家，請問阿賢如果走捷徑距離是幾公里？（直線距離）

9. 回家作業(分組討論)：

(1)下面是一張台北市旅遊簡圖，假設今天大家約在台北車站集合出發一起出去玩，請你選出三個最想去的地方，並規劃路線，算算看你所規劃的路程總共多遠(起點到終點)。



我所規劃的行程：

台北車站→(1)\_\_\_\_\_→(2)\_\_\_\_\_→(3)\_\_\_\_\_。

台北車站→(1)\_\_\_\_\_的距離：

(1)\_\_\_\_\_→(2)\_\_\_\_\_的距離：

(2)\_\_\_\_\_→(3)\_\_\_\_\_的距離：

5 分鐘

10 分鐘

\* 5 公里

\* 1 3 0 公分

20 分鐘

表 1

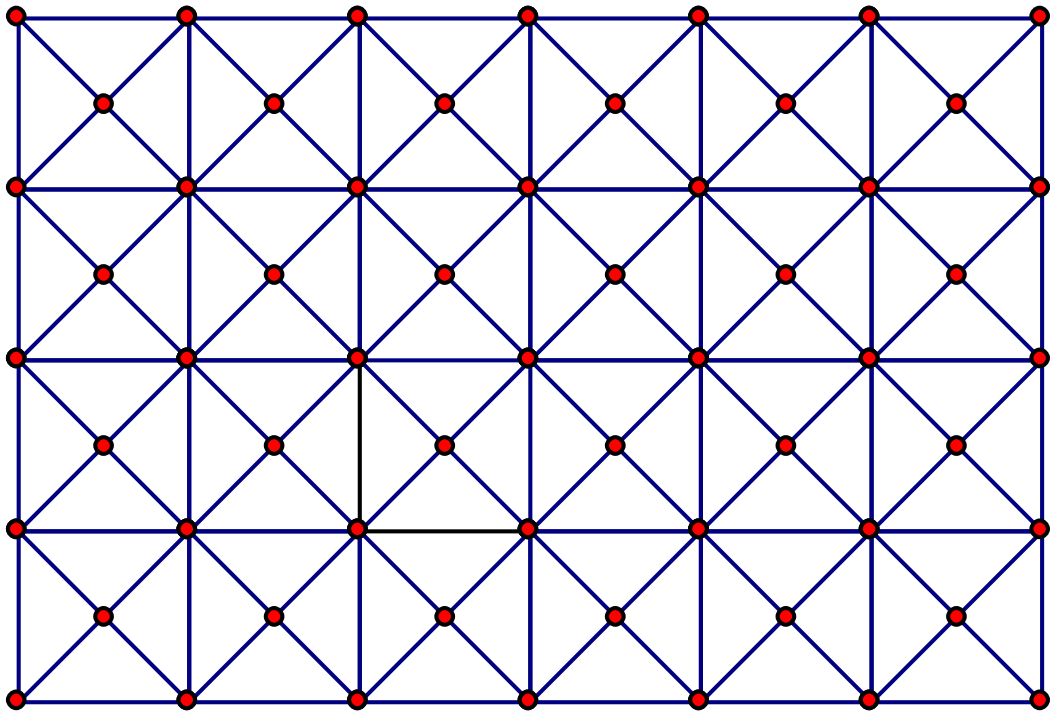
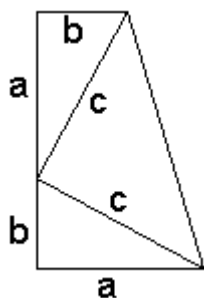


表 2 畢氏定理的證明方法

**【方法 1】** 美國第 20 任總統 J. A. Garfield 在 1876 年當眾議員時發現的。

他設計了一個右圖的梯形，他發現：梯形的面積＝三個三角形的面積的和



$$\frac{1}{2}(a+b)(a+b) = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}cc$$

$$\frac{1}{2}(a+b)^2 = \frac{1}{2}(ab + ab + cc)$$

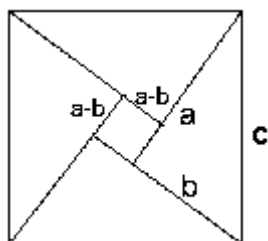
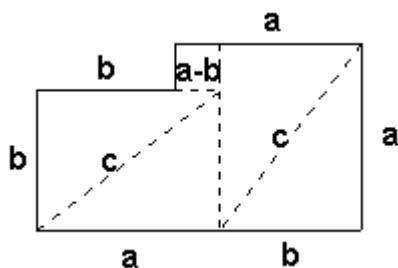
$$(a+b)^2 = (ab + ab + cc)$$

$$a^2 + b^2 + 2ab = 2ab + c^2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2$$

**【方法 2】** 12 世紀印度數學家 Bhaskara 所用的方法。

大正方形的面積＝4 個三角形的面積＋小正方形的面積所以



$$c^2 = 4 \times (\frac{1}{2}ab) + (a-b)^2$$

$$c^2 = 2ab + (a-b)^2$$

$$c^2 = 2ab + a^2 - 2ab + b^2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2$$

p. s. 有沒有 **其他方式** 的證明法呢？你最喜歡那一種那一種證法？理由是什麼？